

التمرين الاول : (10 نقاط)

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة على IN بـ : $u_0 = \alpha$ ، $\alpha \in IR$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n + \frac{1}{2}$

- عيّن قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون المتتالية (u_n) ثابتة .

- نضع $u_0 = 1$

1. أحسب الحدود u_2, u_1 ثمّ خمن اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

2. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإنّ $u_n < 2$.

برهن أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما ثمّ استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة .

- نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = u_n - 2$.

1. بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q = \frac{3}{4}$ يطلب حساب حدها الأول .

2. أكتب عبارة v_n بدلالة n ؛ ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 2 - \left(\frac{3}{4}\right)^n$.

3. أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

4. ليكن المجموعين S_n و S'_n حيث : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ و $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

أحسب المجموع S_n واستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $S'_n = 3\left(\frac{3}{4}\right)^n + 2n - 2$.

التمرين الثاني: (10 نقاط)

لتكن الدالة f المعرفة على $IR - \{-1\}$ كمايلي : $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$

(C_f) التمثيل البياني لدالة f في المستوى المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$

- (1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم $\lim_{x \rightarrow +1} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ و فسر النتيجة هندسيا .
- (2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $IR - \{R - \{-1\}\}$ فإن: $f(x) = x - 1 + \frac{1}{x+1}$.
- (3) أ) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x - 1$ مستقيم مقاربا مائلا .
 ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .
- (4) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $IR - \{-1\}$: $f'(x) = \frac{x(x+2)}{(x+1)^2}$
 ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .
- (5) أكتب معادلة المستقيم (D) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 1$
- (6) بين أن النقطة $A(-1; -2)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f)
- (7) أ) أحسب $f(0)$ ثم أنشئ المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمماس (D) .
 ب) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى يكون للمعادلة حلين متميزين .
- (8) h الدالة المعرفة على $] -1; 1[$ ب : $h(x) = \frac{x^2}{1-|x|}$ ، (Ch) تمثيلها البياني في المعلم السابق .
 - أثبت أن الدالة h زوجية .
 - تحقق أنه من أجل كل x من $] -1; 0[$ ، $h(x) = f(x)$ ،
 - اشرح كيف يمكن إنشاء المنحنى (Ch) انطلاقا من (C_f) ثم أنشئه