

التمرين الأول (12 نقطة)

I. الجزء الأول : المستوى منسوب إلى المعلم المتعاقد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

الدالة العددية g معرفة على المجال $[-2; +2]$ كما يلي :

$$g(x) = (a - 2x)e^x + b$$

حيث a و b أعداد حقيقية

أ- أحسب $g'(x)$ بدلالة a و b .

ب- عين العددين الحقيقيين a و b بحل جملة معادلتين التالية

$$\begin{cases} g'(0) = 1 \dots\dots\dots (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} g'(x) - g(x) = -2e^x - 2 \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

II. الجزء الثاني : نضع $a = 3$ و $b = 2$

ولتكن g دالة عددية معرفة على المجال $[-2; +2]$ كما يلي

$$g(x) = (3 - 2x)e^x + 2$$

1- ادرس اتجاه تغير الدالة العددية g على المجال $[-2; +2]$ ثم شكل جدول تغيراتها .

2- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,68 < \alpha < 1,69$

ثم حدد تبعا لقيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

III. الجزء الثالث : الدالة العددية f معرفة على $[-2; +2]$ بـ :

$$f(x) = 1 + \frac{4x - 2}{e^x + 1}$$

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم السابق

1- أ . بين أنه من أجل كل عدد حقيقي α من المجال $[-2; +2]$ يكون :

$$f'(\alpha) = \frac{2g(\alpha)}{(e^\alpha + 1)^2}$$

ب . استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

2- بين أن المنحنى (C_f) يقبل عند النقطة $A(x_0; 1)$ مماس (T) بطلب إيجاد x_0

وكتابة معادلة المماس (T) .

3- بين أن : $f(\alpha) = 4\alpha - 5$ ثم عين حصرًا لـ $f(\alpha)$

4- عين دون حساب: $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ اعط تفسير للنتيجة ؟ أنشئ المماس (T) والمنحنى (C_f) .

IV. نعتبر الدالة العددية k معرفة على [-2; +2] بـ: $k(x) = \frac{-4xe^x - 2e^x}{e^x + 1}$

1- بين أنه من أجل كل x من [-2; +2] فإن : $k(x) = f(-x) - 1$.

2- اشرح كيف يمكن رسم (C_k) انطلاقاً من (C_f) . ثم شكل جدول تغيرات الدالة k على المجال [-2; +2] .

التمرين الثاني : (08 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس (O; $\vec{i}$; $\vec{j}$)

الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R} - \{-2; +2\}$ بـ : $f(x) = \frac{|x+1| - 1}{x^2 - 4}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم السابق .

1- أ- تحقق أن عبارة الدالة f في المجال $]-\infty; -2[\cup]-2; -1[$ دون رمز القيمة المطلقة

هي : $f(x) = -\frac{1}{x-2}$ ؟

ب- استنتج عبارة الدالة f في المجال $]-1; 2[\cup]2; +\infty[$ دون رمز القيمة المطلقة ؟

2- احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \xrightarrow{<} -2} f(x)$ و $\lim_{x \xrightarrow{>} -2} f(x)$ ثم فسر

النتائج هندسيا ؟

3- ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty; -2[\cup]-2; 2[\cup]2; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها .

4- استنتج دون حساب $\lim_{x \xrightarrow{>} -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1}$ و $\lim_{x \xrightarrow{<} -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1}$

ماذا تستنتج ؟ فسر النتيجة هندسيا ؟

5- أ- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $|x+1| - 1 = 0$ ، فسر النتيجة بيانيا .

ب- أنشئ (C_f) .

انتهى الموضوع