

العلامة		عناصر إجابة الموضوع الأول
مجموع	مجزأة	
2.5	1.0	التمرين الاول (10 ن) -1 $U_{n+1} = \frac{3}{4} U_n + \frac{1}{2} ; U_0 = \alpha$ (U_n) ثابتة يعني من أجل كل n من IN : $U_{n+1} = U_n = U_0 = \alpha$ إذن : $\alpha = \frac{3}{4} \alpha + \frac{1}{2}$ معناه : $\alpha - \frac{3}{4} \alpha = \frac{1}{2}$ $\alpha \left(1 - \frac{3}{4}\right) = \frac{1}{2}$ $\frac{1}{4} \alpha = \frac{1}{2}$ $\alpha = 2$
	0.5	$u_{n+1} = \frac{3}{4} u_n + \frac{1}{2} ; u_0 = 1 -$
	0.5	$u_1 = \frac{3}{4} u_0 + \frac{1}{2} = \frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4} + \frac{2}{4} = \frac{5}{4}$
	0.5	$u_2 = \frac{3}{4} u_1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{4} + \frac{1}{2} = \frac{15}{16} + \frac{8}{16} = \frac{23}{16}$
	0.5	بما أن : $u_0 < u_1 < u_2$ فإن المتتالية (u_n) متزايدة تمامًا .
1.5	0.5	-2 من أجل كل n من IN : $U_n < 2$. - من أجل $n = 0$: $1 < 2$ أي $U_0 < 2$ ومنه الخاصية $P(0)$ صحيحة . - نفرض أن الخاصية $P(n)$ صحيحة من أجل عدد طبيعي كفي n وثبتت صحتها من أجل $n + 1$.

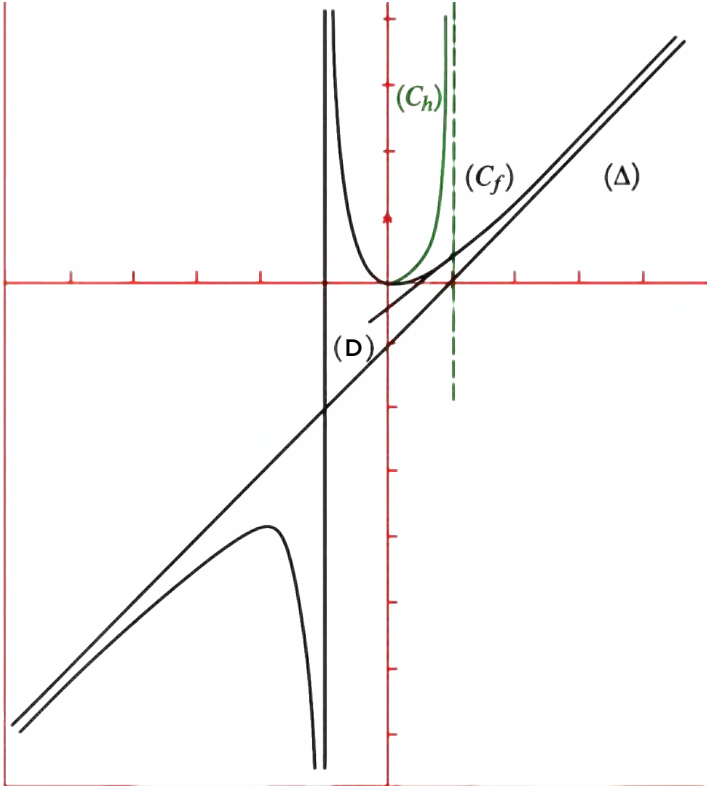
العلامة		عناصر إجابة الموضوع الأول
مجموع	مجزأة	
	1.0	لدينا : $U_n < 2$ ومنه : $\frac{3}{4} U_n < \frac{6}{4}$ أي $\frac{3}{4} U_n < \frac{3}{2}$. ومنه : $\frac{3}{4} U_n + \frac{1}{2} < \frac{3}{2} + \frac{1}{2}$ أي $U_{n+1} < 2$. ومنه : $P(n+1)$ صحيحة . من أجل كل n من IN : $U_n < 2$.
1.25	1.0	-3 من أجل كل n من IN : $U_{n+1} - U_n = \frac{3}{4} U_n + \frac{1}{2} - U_n = \frac{3U_n + 2 - 4U_n}{4}$ $= \frac{-U_n + 2}{4}$ لدينا : $U_n < 2$ ومنه : $-U_n > -2$. أي : $-U_n + 2 > 0$ ومنه : $\frac{-U_n + 2}{4} > 0$ ومنه : $U_{n+1} - U_n > 0$. - ومنه : المتتالية (U_n) متزايدة تماماً. - المتتالية (U_n) متزايدة تماماً ومحدودة من الأعلى، فإنها متقاربة.
	0.25	-1 من أجل كل n من IN : $V_n = U_n - 2$. من أجل كل n من IN : $V_{n+1} = U_{n+1} - 2 = \frac{3}{4} U_n + \frac{1}{2} - 2$ $= \frac{3}{4} U_n + \frac{1}{2} - \frac{4}{2} = \frac{3}{4} U_n - \frac{3}{2}.$

العلامة		عناصر إجابة الموضوع الأول
مجموع	مجزأة	
1.5	1.0	لدينا : $V_n = U_n - 2$ ومنه : $U_n = V_n + 2$ ومنه : $V_{n+1} = \frac{3}{4}(V_n + 2) - \frac{3}{2}$ $= \frac{3}{4}V_n + \frac{6}{4} - \frac{3}{2}$ $= \frac{3}{4}V_n + \frac{3}{2} - \frac{3}{2}$ $V_{n+1} = \frac{3}{4}V_n .$ ومنه (V_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{3}{4}$. $V_0 = U_0 - 2 = 1 - 2 = -1$.
	0.25	
1.5	0.5	-2 من أجل كل n من IN : $V_n = V_0 \times q^n = -1 \times \left(\frac{3}{4}\right)^n = -\left(\frac{3}{4}\right)^n$ استنتاج عبارة U_n بدلالة n : لدينا : $U_n = V_n + 2 = -\left(\frac{3}{4}\right)^n + 2$ $= 2 - \left(\frac{3}{4}\right)^n .$
	0.5	استنتاج عبارة U_n بدلالة n : لدينا : $U_n = V_n + 2 = -\left(\frac{3}{4}\right)^n + 2$ $= 2 - \left(\frac{3}{4}\right)^n .$

العلامة		عناصر إجابة الموضوع الأول
مجموع	مجزأة	
	0.5	- 3 $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(2 - \left(\frac{3}{4} \right)^n \right) = 2 . \quad \text{لدينا :}$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{3}{4} \right)^n = 0 . \quad \text{لدينا : } -1 < \frac{3}{4} < 1 , \text{ وبالتالي :}$
2.0	1.0 1.0	- 4 $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n = V_0 \left(\frac{q^{n+1} - 1}{q - 1} \right)$ $= -1 \left(\frac{\left(\frac{3}{4}\right)^{n+1} - 1}{\frac{3}{4} - 1} \right) = - \left(\frac{\left(\frac{3}{4}\right)^{n+1} - 1}{-\frac{1}{4}} \right) = 4 \left(\left(\frac{3}{4}\right)^{n+1} - 1 \right)$ $S'_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$ $= (V_0 + 2) + (V_1 + 2) + \dots + (V_n + 2)$ $= (V_0 + V_1 + \dots + V_n) + (\underbrace{2 + 2 + \dots + 2}_{n+1})$ $S'_n = S_n + 2(n+1)$ $= 4 \left(\left(\frac{3}{4}\right)^{n+1} - 1 \right) + 2n + 2$ $= 4 \cdot \left(\frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^n - 4 + 2n + 2$ $= 3 \left(\frac{3}{4}\right)^n + 2n - 2$
0.5		التمرين الثاني (10 ن) - 1 $f(x) = \frac{x^2}{x+1} ; D_f = \mathbb{R} - \{-1\}.$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty.$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty.$

العلامة		عناصر إجابة الموضوع الأول								
مجموع	مجزأة									
3.5	0.5	$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2}{1} \times \frac{1}{x+1} = +\infty$ <table border="1"><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$x+1$</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-1	$+\infty$	$x+1$	$-$	0	$+$
	x	$-\infty$	-1	$+\infty$						
	$x+1$	$-$	0	$+$						
	0.5	$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2}{1} \times \frac{1}{x+1} = -\infty$								
	0.5	التفسير الهندسي C_f : يقبل مستقيم مقارب بوازي محور الترتيب معادلته : $x = -1$.								
	0.5	2 - من أجل كل x من $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$								
0.5	$f(x) = \frac{x^2}{x+1} = \frac{x^2-1}{x+1} + \frac{1}{x+1} = \frac{(x-1)(x+1)}{x+1} + \frac{1}{x+1}$ $= x-1 + \frac{1}{x+1}$									
0.5	3 - أ- من أجل كل x من $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$									
0.5	0.5	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x-1)) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x-1 + \frac{1}{x+1} - (x-1) \right)$ $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x+1} = 0.$								
	0.5	وكذلك فإن $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x-1)) = 0$								
	0.5	ب - من أجل كل x من D_f								
0.5	0.5	$f(x) - y = f(x) - (x-1) = \frac{1}{x+1} .$								

العلامة		عناصر إجابة الموضوع الأول																		
مجموع	مجزأة																			
0.5		<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f(x) - y$</td><td colspan="2">$-$</td><td>$+$</td></tr><tr><td>إشارة الموضع النسبي</td><td colspan="2">(C_f) تحت المستقيم (Δ)</td><td>(C_f) فوق المستقيم (Δ)</td></tr></table>	x	$-\infty$	-1	$+\infty$	$f(x) - y$	$-$		$+$	إشارة الموضع النسبي	(C_f) تحت المستقيم (Δ)		(C_f) فوق المستقيم (Δ)						
		x	$-\infty$	-1	$+\infty$															
$f(x) - y$	$-$		$+$																	
إشارة الموضع النسبي	(C_f) تحت المستقيم (Δ)		(C_f) فوق المستقيم (Δ)																	
0.75		4- أ - الدالة قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ $f'(x) = \frac{2x(x+1) - 1 \cdot x^2}{(x+1)^2} = \frac{2x^2 + 2x - x^2}{(x+1)^2}$ $= \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2} = \frac{x(x+2)}{(x+1)^2}.$																		
2.75	0.5	ب - إشارة $f'(x)$ من إشارة $x(x+2)$. $(x+1)^2 > 0$ $x(x+2)=0 \text{ يكافئ : } x=0 \text{ أو } x=-2$																		
	0.5	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$					
x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$															
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$														
		الدالة f متزايدة تماماً على المجالين $]-\infty; -2]$ و $[0; +\infty[$ و دالة f متناقصة تماماً على المجالين $[-2; -1[$ و $] -1; 0]$. جدول التغير : -																		
	0.5	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$-\infty$</td><td>-4</td><td>$+\infty$</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$	$f(x)$	$-\infty$	-4	$+\infty$	0
x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$															
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$														
$f(x)$	$-\infty$	-4	$+\infty$	0	$+\infty$															

العلامة		عناصر إجابة الموضوع الأول
مجموع	مجزأة	
	0.5	5- معادلة المماس (D) عند $x_0 = 1$: $y = f'(1)(x-1) + f(1) = \frac{3}{4}(x-1) + \frac{1}{2}$ $= \frac{3}{4}x - \frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}x - \frac{1}{4}$ من أجل كل x من $IR - \{-1\}$: $-2-x$ من $IR - \{-1\}$
	0.75	$f(-2-x) + f(x) = -2-x-1 + \frac{1}{-2-x+1} + x-1 + \frac{1}{x+1}$ $= -4 + \frac{1}{-x-1} + \frac{1}{x+1} = -4 \neq 2(-2)$ و منه $A(-1; -2)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f). $f(0) = \frac{0^2}{0+1} = 0$
2.5	1.25	7 - 

العلامة		عناصر إجابة الموضوع الأول
مجموع	مجزأة	
	0.25	ب- حلول المعادلة $f(x) = m$ هي فواصل نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y = m$. لما $m < -4$ أو $m > 0$ المعادلة تقبل حلين متميزين.
	0.25	-8 $h(x) = \frac{x^2}{1- x }$; $D =]-1; 1[$ من أجل كل x من $] -1; 1[$: $-x$ من $] -1; 1[$ $h(-x) = \frac{(-x)^2}{1- -x } = \frac{x^2}{1- x } = h(x)$ ($-x = x$) ومنه الدالة h زوجية .
1.0	0.25	من أجل كل x من $] -1; 0[$: $x = -x$. $h(x) = \frac{x^2}{1-(-x)} = \frac{x^2}{1+x} = f(x)$.
	0.25	• لما $x \in]-1; 0[$ ينطبق (C_h) على المنحنى (C_f) . • ولما $x \in [0; 1[$ فإن (C_h) نظير (C_f) بالنسبة لمحور الترتيب . • إنشاء (C_h) .