

التصحيح النموذجي

العلامة	الحل	رقم التمرين
	(1) حل المعادلة $4e^{2x} - e^x - 3 = 0$ في $\mathbb{R}$ هو : (ب) 1 (2) حل المعادلة التفاضلية $y' + 3y = 0$ الذي يحقق $f(0) = 1$ هو الدالة f حيث : (ب) e^{-3x} (3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x - (x+1)e^x$ هي : (ب) $-\infty$	التمرين 1

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty \quad \& \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 1 \quad (1)$$

(ب) دراسة اتجاه تغيرات g و تشكيل جدول التغيرات:

$$g'(x) = (-4x - 4)e^{2x}$$

x	$-x$			-1			$+x$
$g(x)$	$+$	$+$	$+$	0	$-$	$-$	$-$

* من جدول الإشارة نستنتج أن: y متزايدة تماماً على $[-1; -\frac{1}{2}]$ و متناقصة تماماً على $[-\frac{1}{2}; +\infty[$.

جدول التغيرات:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$g'(x)$			
$g(x)$	1	$\frac{e^2+1}{e^2}$	$-\infty$

$$g(0) = 0 \quad (2)$$

جدول إشارة $g(x)$

x	$-\infty$			0			$+\infty$
إشارة $g(x)$	+		+	+	0	-	-

$$f(x) = x + 3 - xe^{2x} \quad (3)$$

- أ) النهايات: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$
- ب) بما أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-xe^{2x}) = 0$ فإن (C_f) يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً $(\square)$ معادلته $y = x + 3$ عند $(-\infty)$.
- 4) لدراسة وضعية (C_f) بالنسبة إلى $(\square)$ ندرس إشارة الفرق $D(x) = f(x) - y = -xe^{2x}$ حسب الجدول:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
إشارة $D(x)$	+	+	-
الوضعية	(C_f) يقع فوق $(\square)$ $\triangle$ يقطع $A(0;3)$ (C_f) يقع تحت $(\square)$		

$$f'(x) = 1 - e^{2x} - 2xe^{2x} = g(x) \quad (1-5)$$

إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$.

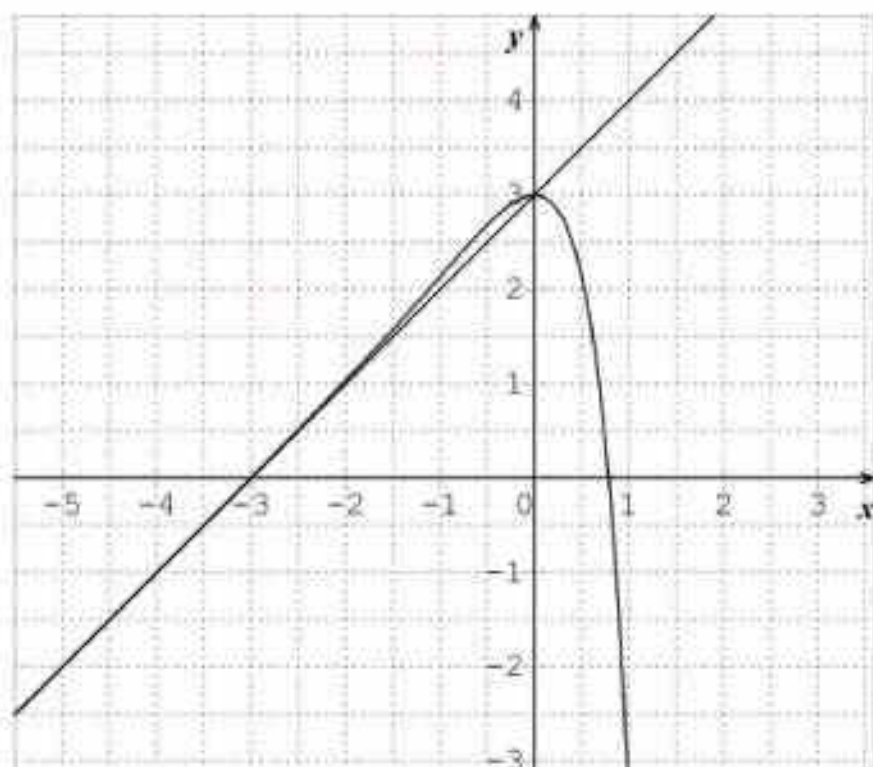
- ب) f متزايدة تماماً على $]-\infty; 0]$ و متناقصة تماماً على $[0; +\infty[$.
- جدول تغيرات f .

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$		0	
$f(x)$	$-\infty$	3	$+\infty$

(6) بما أن f مستمرة و متزايدة تماماً على $[-3.5; -3]$ و $f(-3.5)f(-3) < 0$ و بما أن f مستمرة و متناقصة تماماً على $[0.5; 1]$ و $f(0.5)f(1) < 0$ فإنه يوجد عدداً حقيقيين α و β وحيدان من $[-3.5; -3]$ و $[0.5; 1]$ على الترتيب بحيث $f(\alpha) = 0$ و $f(\beta) = 0$ و ذلك حسب مبرهنة القيم المتوسطة.

وعليه المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين $A(\alpha; 0)$ و $B(\beta; 0)$.

(7) رسم $(\square)$ و (C_f)



$$h(x) = \frac{1 + 3x - e^{\frac{2}{x}}}{x} \quad (8)$$

(أ) من أجل $x \neq 0$ لدينا : $f\left(\frac{1}{x}\right) = h(x)$

$$h'(x) = -\frac{1}{x^2} g\left(\frac{1}{x}\right) \quad \text{a) } h'(x) = -\frac{1}{x^2} f'\left(\frac{1}{x}\right) \quad \text{b)}$$

جدول إشارة $h'(x)$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$h'(x)$	- - - -		+ + + +

من جدول إشارة $h'(x)$ نستنتج أن h متناقصة تماماً على $]-\infty; 0[$ و متزايدة تماماً على $]0; +\infty[$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$h'(x)$	- - -		+ +
$h(x)$	3 	$-\infty$	 3